

**ANALITIČKA GEOMETRIJA, Tokovi 1,2,3 (Prvi kolokvijum) - 27. Decembar 2003**

1. Dat je trougao  $\triangle ABC$  i tačke  $A_1$ ,  $B_1$  i  $C_1$  koje pripadaju redom stranicama  $BC$ ,  $CA$  i  $AB$ , takve da su dužine izlomljenih linija  $ABA_1$ ,  $BCB_1$  i  $CAC_1$  jednake poluobimu trougla. Dokazati da se duži  $AA_1$ ,  $BB_1$  i  $CC_1$  seku u jednoj tački.
2. Date su dve prave piramide sa istom osnovom, kvadratom  $ABCD$  stranice  $a$ . Neka su  $V_1$  i  $V_2$  vrhovi datih piramida i ugao između pravih  $AV_1$  i  $BV_2$  jednak  $\frac{\pi}{4}$ . Ako je visina jedne piramide jednaka  $a$ , odrediti visinu druge piramide.
3. Data je kocka  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Koordinatni vektori afinog koordinatnog sistema  $Axyz$  su  $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$ ,  $\vec{j} = \overrightarrow{AD}$  i  $\vec{k} = \overrightarrow{AA_1}$ . Koordinatni vektori novog afinog koordinatnog sistema  $Sx'y'z'$  su  $\vec{i'} = \overrightarrow{SP}$ ,  $\vec{j'} = \overrightarrow{SQ}$  i  $\vec{k'} = \overrightarrow{SO}$ , gde su tačke  $S$ ,  $P$ ,  $Q$  i  $O$  redom središte strane  $ABCD$ , težište trougla  $\triangle BCC_1$ , težište trougla  $\triangle ADD_1$  i središte kocke. Izraziti koordinate  $(x, y, z)$  proizvoljne tačke  $M$  u sistemu  $Axyz$  preko koordinata  $(x', y', z')$  koje ista tačka ima u sistemu  $Sx'y'z'$ .